

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Марины Геннадьевны Лапшиной « B -потенциалы Ньютона и их приложение к преобразованиям Радона и Радона-Киприянова» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Актуальность.

В диссертации Лапшиной М.Г. изучаются B -потенциалы Ньютона и их приложение к преобразованию Радона-Киприянова и его частному случаю — преобразованию Радона.

B -потенциалы строятся по аналогии с классическими потенциалами, но на основе обобщенного сдвига. Они введены А. Вайнштейном для случая, когда порядок обобщенного сдвига — натуральное число. В общем случае изучались И.А. Киприяновым и В.И. Кононенко в работе 1969 года «О фундаментальных решениях некоторых сингулярных уравнений в частных производных». Ими показано, что B -потенциал удовлетворяет сингулярному уравнению Пуассона. Однако не приведено доказательство того, что при этом плотности могут быть непрерывны по Гельдеру, как это известно для классических потенциалов. Общая теория B -потенциалов, касающаяся опять же гладких плотностей (и характеристик на сфере), построена Л.Н. Ляховым.

В диссертации М.Г. Лапшиной изучаются B -потенциалы с гильбертовской плотностью. Применяется подход отличный и от работы Киприянова-Кононенко, и от методики исследований Л.Н. Ляхова. Полученные М.Г. Лапшиной результаты применяются для нахождения формул обращения преобразования Радона и Радона-Киприянова гильбертовской функции от осевой и многоосевой сферических симметрий. Доказана непрерывность преобразования Радона-Киприянова в специальных классах Лебега. Отметим, что преобразование Радона является объектом исследования в течение длительного времени. Свойства этого преобразования описаны в книгах таких математиков, как И.М. Гельфанд, М.М. Граев, Н.Я. Виленкин, С. Хелгасон, С.Г. Гиндикин и других. Преобразование Радона нашло широкое применение в области вычислительной томографии. Все это указывает на актуальность научного исследования данной работы.

Анализ содержания работы.

Диссертация содержит 124 страницы текста и состоит из введения, четырех глав и библиографии. Во введении обоснована актуальность выбранной темы, дана методика исследования, приведено краткое содержание диссертации по главам и выделены полученные научные результаты. В первой

главе приведены известные определения и результаты, касающиеся преобразований Радона и Радона–Киприянова. Вторая глава посвящена изучению B -потенциалов. Получены формулы для вычисления первой, второй и B -производной B -потенциала Ньютона с плотностью, удовлетворяющей условию непрерывности Гельдера. В третьей главе получены формулы обращения некоторых операторов типа «плоская весовая волна». В четвертой главе рассмотрен вопрос о непрерывности действия преобразования Радона–Киприянова в специальном лебеговском классе и решается задача об обращении преобразования Радона–Киприянова с мультииндексом γ , состоящим из фиксированных положительных чисел, длина которого — натуральное число. В случае, если каждый показатель γ_i натуральный, это преобразование является преобразованием Радона функций от многоосевой сферической симметрии.

Научная новизна и достоверность.

В диссертации получены формулы дифференцирования и B -дифференцирования B -потенциалов гильдеровских функций. Доказано, что такие потенциалы удовлетворяют сингулярному уравнению Пуассона, получены формулы обращения интегральных операций с ядром типа «плоская весовая волна». Получены формулы обращения преобразования Радона–Киприянова непрерывной по Гельдеру функции соответствующим B -потенциалом. Доказана справедливость этих формул для классического преобразования Радона непрерывной по Гельдеру функции с многоосевой сферической симметрией.

Из выше изложенного следует, что в представленной диссертации получены новые результаты, представляющие интерес для теории B -потенциалов и дополняющие известные сведения о преобразовании Радона.

Все результаты строго обоснованы и снабжены подробными математическими доказательствами. Основные результаты работы прошли достаточную апробацию на международных и российских семинарах и конференциях и полно и своевременно опубликованы, в том числе три работы — в изданиях, соответствующих требованиям ВАК.

Замечания.

Общее впечатление от работы положительное, но имеется несколько замечаний.

1. В тексте автор неоднократно ссылается на «Первую теорему о B -потенциалах», но поскольку формулировка этой теоремы в диссертации не приводится, необходимо было бы сделать ссылку на источник, в котором есть эта формулировка.

2. Обозначения \mathbb{R}_n^+ и \mathbb{R}_N^+ отличаются не только буквами n и N , но и качественно, так как в первом случае все переменные положительны, а во втором — только их часть. Это создает трудности для понимания текста.

3. В доказательстве теоремы 2.3.1 допущена опечатка. Автор пишет, что вводит вращения $z_i \rightarrow \sqrt{y_{2i-1}^2 + y_{2i}^2}$, а на самом деле вводятся вращения $y_i \rightarrow \sqrt{z_{2i-1}^2 + z_{2i}^2}$, причем не указано, какие значения здесь может принимать индекс i .

4. Формула (2.4.3) записана для всех $k = 1, \dots, N$. Но если в левой части формулы коэффициент k принимает такие значения, то в правой (под знаком поверхностного интеграла) k не может принимать те же значения, так как сама переменная имеет другое обозначение и интеграл берется по евклидову пространству новой размерности \mathbb{R}_{N+n}^+ . Например, производная по направлению Ox_N слева переходит в производную по направлению Ox_{N+n} справа. Но в тексте это снова производная по направлению Ox_N .


Данные замечания не влияют на значимость полученных результатов и на итоговую положительную оценку диссертации. Оформление работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к оформлению диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук.

Заключение.

Содержание диссертации достаточно полно и правильно отражено в автореферате.

На основании вышеизложенного могу утверждать, что диссертация «В-потенциалы Ньютона и их приложение к преобразованиям Радона и Радона-Киприянова» представляет собой самостоятельное завершенное научное исследование, соответствует паспорту специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ и полностью отвечает всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней (Постановление от 24.09.2013 г.), а ее автор — Марина Геннадьевна Лапшина заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук, профессор
заведующий кафедрой математического анализа
Челябинского государственного университета

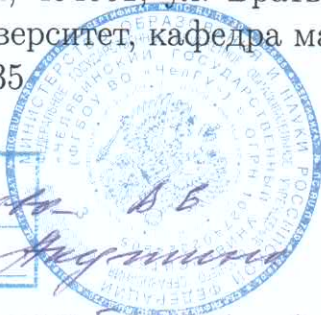
 Федоров В.Е.
24.10.2016

Россия, Челябинск, 454001, ул. Братьев Кашириных, 129, Челябинский государственный университет, кафедра математического анализа.

Телефон: (351) 7997235

E-mail: kar@csu.ru




Подпись *Федоров В.Е.*
удостоверяю *Ан. Августинский В.В.*
специалист по кафедре